

消費動向指数 (CTI) : マクロ消費動向の推定について

高部 勲[†]

The Consumption Trend Index (CTI): Estimation Methods for the Macro Consumption Trend

TAKABE Isao

総務省では、「速報性のある包括的な消費関連指標の在り方に関する研究会」の報告書において示された提言等を踏まえ、家計調査の結果を最新の統計手法により補完・補強し、消費動向の全体構造をマクロ及びミクロの両面から把握することのできる新たな消費指標の体系「消費動向指数」(CTI: Consumption Trend Index)の開発に向けた検討を進めているところである。消費動向指数は、マクロ消費動向及びミクロ消費動向から構成される指標の体系であるが、本稿ではこの中でも特にマクロ消費動向の推定方法に焦点を当て、現在検討が進められているモデル、推定手法等について説明する。開発中のモデルに基づく推定結果は、月次の変動を捉えつつ、4半期のGDP家計最終消費支出に整合的なマクロ消費動向の変動をある程度把握できていることが確認された。

キーワード：状態空間モデル、時系列回帰モデル、カルマンフィルタ、平滑化

New index “CTI” (Consumption Trend Index), which can grasp the overall structure of macro and micro consumption trends in Japan, has been studied and developed based on the recommendation in the report of study group in the Ministry of Internal Affairs and Communications. The CTI is the system composed of the macro and micro consumption trend indexes. In this paper, models and estimation methods of the CTI, especially the macro consumption were focused and reviewed. The results estimated by using developing models suggested that these models and estimation methods made it possible to catch the dynamics of monthly consumption trend which was consistent with the quarterly GDP household final consumption expenditure.

Key Words: State space model, Time series regression model, Kalman filter, Smoother

[†] 総務省統計局統計調査部消費統計課

1. はじめに

我が国の経済動向を把握するための重要な情報として、昨今、消費統計に強い関心が寄せられている。特に我が国のGDPの約6割を占める個人消費は、経済の動向を把握する上で重要な要素の一つであり、その把握のために、速報性を有しつつ精度の高い消費統計が求められている。そのような中、「速報性のある包括的な消費関連指標の在り方に関する研究会」（以下、「研究会」という。）が開催され、消費全般の動向を把握できる新たな消費関連指標の開発に向けた検討が行われるとともに、平成29年3月にその報告書が取りまとめられた（総務省（2017a））。同報告書では、各種統計やビッグデータを活用し、消費動向をマクロ及びミクロの両面から把握することのできる精度の高い新たな消費指標の体系を開発すること等に関する提言が行われている。このような提言等を踏まえ、総務省では現在我が国の消費動向を捉えるための新たな指標体系である「消費動向指数」（CTI: Consumption Trend Index）の開発に向けた検討を進めているところである。

本稿では、現在開発を進めているマクロ消費動向のモデル、推定方法等について説明する。なお、本稿におけるモデル等については現在検討中のものであり、実際の推定に用いられるモデルとは異なる可能性がある。また、本稿における意見は筆者個人のものであり、所属する組織を代表するものではない。

2. 消費動向指数の体系及びマクロの消費動向の推定

消費動向指数は、以下の「マクロ消費動向」及び「ミクロ消費動向」から構成される総合的な指標の体系である（総務省（2017a））。

(1) 「マクロ消費動向」:

- ・我が国の国内経済における個人消費総額（GDP家計最終消費支出）の月次動向を把握するための指標。
- ・GDP統計（家計最終消費支出）をターゲットとして、その最新の動向を予測。

(2) 「ミクロ消費動向」:

- ・1世帯当たりの消費支出額の月次動向を把握するための指標。
- ・傾向スコア（Propensity Score）を用いて、家計調査の結果を、家計消費単身モニター調査及び家計消費状況調査の結果と合成することにより作成。

研究会の報告書において示されている提言では、マクロ消費動向の推定に関して、以下の点が求められている。

【マクロ消費動向に求められる点】

- ・我が国の消費の月次変動を短期間で推測できる速報性及び精度の高い予測力。
- ・GDPの四半期結果の背後にある月次結果の推定。
- ・推定結果と、後日公表される公式のGDP統計との整合性。

報告書では上記の点を解決するための方法論として、時系列分析の手法である「状態空間モデル」（State Space model）を適用することについて言及されている。状態空間モデルに基づく時系列回帰モデルには以下のような利点があり、上述の課題にも対応できると考えられる。

【状態空間モデルに基づく時系列回帰モデルの利点】

- ・時変係数・時系列回帰モデル（国友・山本(1985)）が適用可能であり、各種統計の最新の動向を取り入れた精度の高い予測が可能。
- ・カルマンフィルタ及び平滑化のアルゴリズムにより、各種の変動の推定を精度良く効率的に行うことが可能。
- ・制度の変更や災害等に伴う急激な変動に対しても、柔軟な対応が可能。
- ・GDP統計の四半期結果が観測されない期間に対しても、月次の推定が可能。
- ・四半期結果と月次結果の整合性に関する制約も容易に導入することが可能。

3. 状態空間モデルの概要

状態空間モデルは、主に工学の分野を中心に発展してきた手法であるが、近年では経済学やマーケティング・サイエンスなどの幅広い分野で活用されるようになってきている（岩波データサイエンス刊行委員会(2017)、佐藤・樋口(2013)、樋口(2011)）。状態空間モデルを活用することにより、観測値をトレンド、サイクル、季節変動等の成分に分解することが可能となる。状態空間モデルについては高岡(2015)、北川(2005)、片山徹(2000)等に詳しい解説がある。ここでは北川(2005)を基に、状態空間モデルの概要について説明する。

状態空間モデルは「観測モデル」及び「システムモデル」から構成される以下のような体系である。

$$\begin{aligned} y_n &= H_n x_n + w_n & w_n &\sim N(0, R) & \text{[観測モデル]} \\ x_n &= F x_{n-1} + G v_n & v_n &\sim N(0, Q) & \text{[システムモデル]} \\ & & & & (n = 1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

ここで観測値 $Y_j = \{y_1, y_2, \dots, y_j\}$ が与えられた際に、状態 x_n を推定する問題（状態推定）を考える。このとき観測値の最終時点 j と推定する状態の時刻 n の大小関係により、状態推定は以下の3つの場合に分けられる。

- ・ $n > j$: 予測 (状態の推定時点が未来)
- ・ $n = j$: フィルタ (" が現時点)
- ・ $n < j$: 平滑化 (" が過去)

本稿で用いられる線形・正規状態空間モデルに対しては、予測、フィルタ及び平滑化を精度良く効率的に実行することができる「カルマンフィルタ」(Kalman Filter) 及び「平滑化」(Smoothing) と呼ばれる以下のアルゴリズムが存在する（片山(2000)、北川(2005)等）。

(1) 1期先予測：

$$\begin{aligned} x_{n|n-1} &= F x_{n-1|n-1} \\ Y_{n|n-1} &= H_n x_{n|n-1} \\ V_{n|n-1} &= F V_{n-1|n-1} F^T + G Q G^T \end{aligned}$$

(長期 (i 期先) 予測：

$$\begin{aligned} x_{n+i|n} &= F x_{n+i-1|n} \\ Y_{n+i|n} &= H_{n+i} x_{n+i|n} \\ V_{n+i|n} &= F V_{n+i-1|n} F^T + G Q G^T \end{aligned}$$

(2) フィルタ：

$$d_n = H_n V_{n|n-1} H_n^T + R$$

$$K_n = V_{n|n-1} H_n^T d_n^{-1}$$

$$x_{n|n} = x_{n|n-1} + K_n (y_n - H_n x_{n|n-1})$$

$$V_{n|n} = V_{n|n-1} - K_n H_n V_{n|n-1}$$

(3) 平滑化：

$$A_n = V_{n|n} F^T V_{n+1|n}^{-1}$$

$$x_{n|N} = x_{n|n} + A_n (x_{n+1|N} - x_{n+1|n})$$

$$V_{n|N} = V_{n|n} + A_n (V_{n+1|N} - V_{n+1|n}) A_n^T$$

$x_{j|i}$ ：観測時点 i における時点 j の状態の平均の推定値。
 $V_{j|i}$ ：観測時点 i における時点 j の状態の分散共分散行列の推定値。

4. マクロ消費動向の推定のプロセス

ここでは、状態空間モデルに基づく時系列回帰モデルを用いたマクロ消費動向の推定方法について説明する。マクロ消費動向の推定は、以下の図1に示すような2つのステップから構成される。

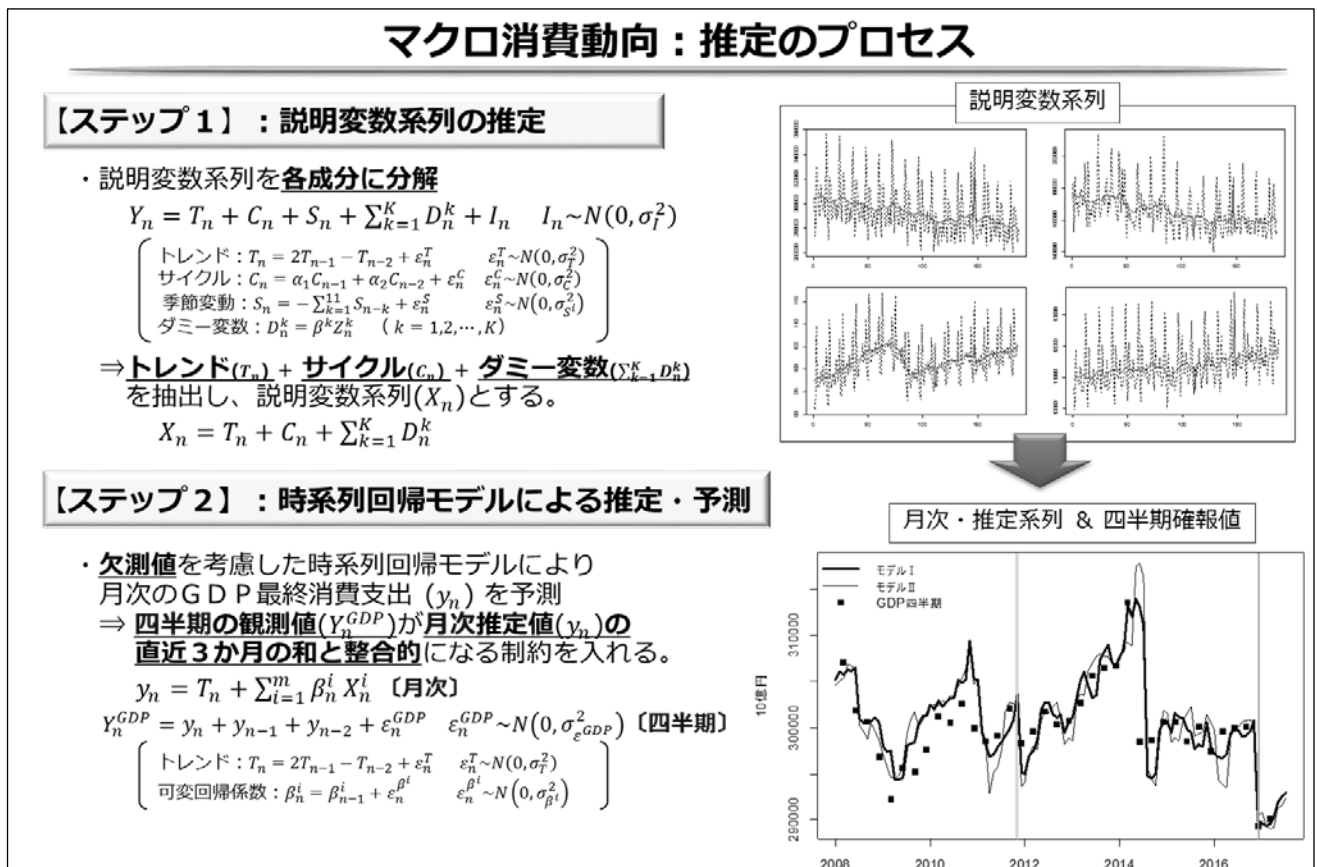


図1 マクロ消費動向の推定プロセス：各ステップのイメージ

以下では、上記の各ステップにおいて用いられるモデル及び計算方法について説明する。

4.1. ステップ1：説明変数系列の推定

時系列回帰モデルの構築に当たり、モデルに導入する説明変数系列を整備する必要がある。説明変数系列としては様々なものが考えられるが、当該系列に含まれる季節性や不規則変動等の動きに推定結果が影響されないよう、これらの変動を説明変数系列から取り除いておく必要がある。一方で、制度変更や予期しないショック等による急激な変動は消費の動向を把握する上でむしろ重要な要素であることから、このような変動を適切に抽出することが重要である。このような課題に対しては、状態空間モデルにより時系列データの変動を各種の成分に分解し、必要な成分を抽出することで対応できる。

4.1.1. 説明変数系列を推定するための状態空間モデル

説明変数系列を推定するための状態空間モデルを以下に示す。このモデルは北川(1986)、北川(2005)、Kitagawa and Gersch(1994・1996)等で行き上げられている季節調整モデルの一種である。モデルでは説明変数系列(Y_n)がトレンド(T_n)、サイクル(C_n)、季節変動(S_n)、ダミー変数(D_n)及び不規則変動(I_n)の成分から構成されると仮定する。各成分のモデルは以下のとおりである。

(1) トレンド (T_n)

長期的な傾向を持つ成分であり、2次の確率差分モデルを想定する。

$$T_n = 2T_{n-1} - T_{n-2} + \varepsilon_n^T \quad \varepsilon_n^T \sim N(0, \sigma_T^2)$$

(2) サイクル (C_n)

トレンドより短く不規則変動よりは長い周期を持つ成分であり、2次の定常な自己回帰(AR)モデルを想定する。このときモデルが定常となるように、係数(α_1, α_2)の範囲に制限を加える必要がある(田中(1998))。

$$C_n = \alpha_1 C_{n-1} + \alpha_2 C_{n-2} + \varepsilon_n^C \quad \varepsilon_n^C \sim N(0, \sigma_C^2) \\ (-(1 - \alpha_2) < \alpha_1 < 1 - \alpha_2, \quad -1 < \alpha_2 < 1)$$

(3) 季節変動 (S_n)

1年間の周期を持つ成分であり、以下のモデルを想定する。

$$S_n = -\sum_{i=1}^{11} S_{n-i} + \varepsilon_n^S \quad \varepsilon_n^S \sim N(0, \sigma_S^2)$$

(4) ダミー変数 (D_n)

説明変数系列の急激な変動を説明する成分である。 Z_n は特定の時点で1を、それ以外の時点では0をとる変数(系列)である。ダミー変数の回帰係数(β^k)は定数であると仮定しており、カルマンフィルタ及び平滑化のプロセスの中で推定される。

$$D_n^k = \beta^k Z_n^k \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

本稿ではモデルの単純化のため、ダミー変数を導入する時点については、2014年3月・4月(消費税率引上げ前の駆け込み・引上げ後の反動)と、2011年3月・4月(東日本大震災発生及びその後の影響)に設定している。これは急激な変動の影響

説明変数系列の公表のタイミングによっては、推定時点で結果数値が得られず、欠測となる場合がある。そのような場合でも前月の推定結果を基に1期先予測を行うことで、推定の際に利用可能な説明変数系列を構成することができる。

4.1.2. 初期状態の推定

カルマンフィルタ及び平滑化のアルゴリズムを実行する際には、計算に先立ち、初期状態 ($x_{0|0}$ 及び $V_{0|0}$) を適切に定める必要がある。本稿では北川 (1997) 及び高部 (2017) を参考に、以下の方法により初期状態を推定している。これは全期間の観測値を用いて初期状態を推定することに相当する。

- (1) 時点を逆転させた説明変数系列のデータに対してカルマンフィルタを適用し、 $n = 1$ 時点における状態を推定する (このときの推定値については、尤度の計算には使用しない)。このデータに対するカルマンフィルタにおける初期状態ベクトルはゼロベクトルとし、その分散共分散行列は、対角成分が説明変数系列の観測値の標本分散 ($\text{Var}(Y_n)$) $\times 10000$ である対角行列とする。
- (2) (1) で推定した $n = 1$ 時点における状態を基に、 $n = 1$ 時点から逆向きに1期前予測値 (\hat{x}_0)、2期前予測値 (\hat{x}_{-1})、 \dots 、11期前予測値 (\hat{x}_{-10}) を推定し、この結果を基に初期状態ベクトル: $\bar{x}_0 = [\hat{T}_0 \quad \hat{T}_{-1} \quad \hat{S}_0 \quad \hat{S}_{-1} \quad \dots \quad \hat{S}_{-10}]^T$ を構成する。

1期前予測 ($n = 0$)	: $\hat{x}_0 = [\hat{T}_0 \quad \hat{T}_1 \quad \hat{S}_0 \quad \hat{S}_1 \quad \dots \quad \hat{S}_{10}]^T$
2期前予測 ($n = -1$)	: $\hat{x}_{-1} = [\hat{T}_{-1} \quad \hat{T}_0 \quad \hat{S}_{-1} \quad \hat{S}_0 \quad \dots \quad \hat{S}_9]^T$
11期前予測 ($n = -10$)	: $\hat{x}_{-10} = [\hat{T}_{-10} \quad \hat{T}_{-9} \quad \hat{S}_{-10} \quad \hat{S}_{-9} \quad \dots \quad \hat{S}_0]^T$

図2 時間を逆転させた系列に対する長期予測のイメージ

- (3) 初期状態の分散共分散行列 ($V_{0|0}$) については、(1) で推定した $n = 1$ 時点における状態の推定値を用いる。

4.1.3. パラメータの最尤推定

ここまではシステムノイズの分散、観測ノイズの分散及びAR係数を定数として扱ってきたが、これらはパラメータ ($\theta = (\sigma_T^2, \sigma_S^2, \sigma_C^2, \sigma_I^2, \alpha)$) として、最尤法により推定する必要がある。このときシステムノイズの分散 ($\sigma_T^2, \sigma_S^2, \sigma_C^2$) と観測ノイズの分散 (σ_I^2) との比を新たなパラメータとすることにより、数値的最適化が必要なパラメータを1つ削減することが可能である (北川 (2005) を参照。)。具体的には、 $\sigma_I^2 = 1$ としてカルマンフィルタを実行して得られた1期先予測の分散共分散行列 (\tilde{d}_n) 等を基に、 n 時点までの観測値に基づいて構成される以下の対数尤度 ($l(\theta; n)$) を最大化する θ の値 (= θ^*) を、パラメータの推定値とする。

$$l(\theta; n) = -1/2 (n \log(2\pi\hat{\sigma}^2) + \sum_{t=1}^n \log(\tilde{d}_t) + n)$$

$$\theta^* = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} l(\theta; n)$$

$$(\hat{\sigma}^2 = 1/n \sum_{t=1}^n (Y_t - Y_{t|t-1})^2 / \tilde{d}_t)$$

最尤法における非線形最適化には、統計解析環境「R」における最適化関数「optim」を使用し、BFGS公式に基づく準ニュートン法（今野，山下（1978）、福島（2011）、金森ほか（2016）等）により計算を行っている。

4.2. ステップ2：時系列回帰モデルによる月次予測

4.2.1. 月次予測のための状態空間モデル

ステップ1において抽出された説明変数系列を基に、マクロ消費動向の月次予測のための時系列回帰モデルを構築する。その際に、「1. はじめに」で示した「マクロ消費動向に求められる点」も踏まえつつ、以下の点を考慮してモデルを構築する。

【モデル構築の際に考慮すべき点】

- ・回帰係数が動的に変化する回帰モデル（時変係数・時系列回帰モデル）により、変数間の関係の変化も考慮した予測精度の高いモデルを構築する。
- ・GDP統計が観測される時点以外は観測値（ Y_n^{GDP} ）が欠測値となる条件の下で、月次の予測モデルを構築する。
- ・ターゲットを季節調整済みのGDP四半期結果とする。これにより状態空間モデルに季節変動を導入する必要がなくなり、モデルの大幅な簡略化が可能となる。
- ・ Y_n^{GDP} が欠測となる時点における月次推定値 y_n については、カルマンフィルタの1期先予測又は長期予測のアルゴリズムにより推定（補完）する。なお、当該月以降の観測値が得られた後には平滑化のアルゴリズムを適用して、過去の推定値を更新することができる。
- ・月次推定値 y_n とGDP統計の四半期結果との整合性を図るため、観測方程式において Y_n^{GDP} が y_n の直近3か月分の和となるように、以下の制約を入れる。

$$Y_n^{GDP} = y_n + y_{n-1} + y_{n-2}$$

GDPの四半期系列は、3か月に1度、直近3か月分の合計値が公表されるので、その時点でのみ H_n^{GDP} を用いて、フィルタを行うことができる。

〔観測方程式〕

$$y_n = T_n + \sum_{i=1}^m \beta_n^i X_n^i \quad : \text{時変係数・時系列回帰モデル}$$

$$Y_n^{GDP} = y_n + y_{n-1} + y_{n-2} + \varepsilon_n^{GDP} \quad \varepsilon_n^{GDP} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon^{GDP}}^2)$$

(※ X_n^i の右上の i は、説明変数の種類を表すインデックスである。($i = 1, 2, \dots, m$))

〔状態方程式〕

$$T_n = 2T_{n-1} - T_{n-2} + \varepsilon_n^T \quad \varepsilon_n^T \sim N(0, \sigma_T^2) \quad : \text{トレンド}$$

$$\beta_n^i = \beta_{n-1}^i + \varepsilon_n^{\beta^i} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad \varepsilon_n^{\beta^i} \sim N(0, \sigma_{\beta^i}^2) \quad : \text{時変係数}$$

〔上記の状態空間モデルの行列による表現〕（※空欄は 0 を表す。）

$$x_n = [T_n \quad T_{n-1} \quad T_{n-2} \quad \beta_n^1 \quad \beta_{n-1}^1 \quad \beta_{n-2}^1 \quad \dots \quad \beta_n^m \quad \beta_{n-1}^m \quad \beta_{n-2}^m] \quad : \text{状態ベクトル}$$

$$H_n^{GDP} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad X_n^1 \quad X_{n-1}^1 \quad X_{n-2}^1 \quad \dots \quad X_n^m \quad X_{n-1}^m \quad X_{n-2}^m] \quad : \text{観測行列} (Y_n^{GDP} \text{ が観測})$$

$$H_n^y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad X_n^1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad X_n^m \quad 0 \quad 0] \quad : \text{観測行列} (Y_n^{GDP} \text{ が欠測})$$

4.2.3. 初期状態の推定

ステップ2の状態空間モデルでは、月次推定値の「後方」3か月和が観測値と等しくなるような制約を入れており、時間軸の方向について対称なモデルではないことから、初期状態の推定の際に、ステップ1のように時間を逆転させて推定を行うと、観測値と状態との間に不整合が生じることとなる。そこで時間を逆転させない通常の観測値系列に対して、初期状態ベクトルをゼロベクトルに、分散共分散行列を対角成分が説明変数系列の標本分散 ($\text{Var}(X_t^i)$) $\times 10000$ の対角行列に、それぞれ設定してカルマンフィルタを実行し、推定値が安定した時点における状態を初期状態とする。これは時系列の最初の方の観測値を用いて初期状態を推定していることに相当する。どの時点の推定値を初期状態とするかについて、本稿では状態空間ベクトルの次元を四半期の観測値の数が上回った時点での結果を初期状態としている。例えばトレンドと4つの説明変数によるモデルの場合、状態空間ベクトルの次元は $3 + 3 \times 4 = 15$ となることから、15四半期経過後の状態を初期状態とする。

4.2.4. 尤度の計算と最尤法

観測値系列の一部は初期状態の推定に用いられるため、尤度の計算に関しても状態が安定した初期状態以降の期間の観測値を用いる。最尤法の際には観測値 (Y_n^{GDP}) が存在する時点のみで構成した以下の尤度 ($l^{GDP}(\theta; n)$) を用いて最尤推定値 θ^* を求める。

$$l^{GDP}(\theta; n) = -1/2 \left(\#(I(n)) \log(2\pi\hat{\sigma}^2) + \sum_{t \in I(n)} \log(\hat{d}_t) + \#(I(n)) \right)$$

$$\theta^* = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} l^{GDP}(\theta; n)$$

$$\left(\begin{array}{l} \hat{\sigma}^2 = 1/\#(I(n)) \sum_{t \in I(n)} (Y_t^{GDP} - Y_{t|t-1}^{GDP})^2 / \hat{d}_t \quad Y_{t|t-1}^{GDP} = H_t^{GDP} x_{t|t-1} \\ I(n) : \text{時点 } n \text{ までに観測値が観測された時点の集合} \\ \#(I(n)) : I(n) \text{ に含まれる要素 (時点) の数} \end{array} \right)$$

5 推定に用いたデータとモデル（説明変数）選択

5.1. 推定に用いたデータ

本稿の分析で用いたデータは、以下のとおりである。説明変数系列については、これ以外にも様々なものが考えられる。特にビッグデータを説明変数系列として活用することで、速報性の更なる向上が期待される（「7. 今後の課題」を参照。）。

(1) 被説明変数 (Y_t^{GDP}) :

- GDP統計における家計最終消費支出（実質・季節調整済系列）とする。
- 2002年1-3月期から2017年1-3月期までの四半期データを使用する。

(2) 説明変数 (X_t) の候補 :

- 以下の表1に示す10の統計を説明変数の候補とする。
- 家計調査【単身世帯】の月次結果は、二次的利用の制度に基づき提供を受け、独自に集計を行ったものである。
- いずれも2002年1月～2017年7月の月次データを使用する。
- 推定時点では速報値の1期先予測のみが利用可能な系列が存在するが、本稿の分析では単純化のため、確報値の1期先予測を用いる。

表1 説明変数の候補

#	調査名	所管府省	推定時点で使用可能な値
1	家計調査【二人以上世帯】1世帯あたり消費支出	総務省	当月値
2	家計調査【単身世帯】1世帯あたり消費支出	総務省	当月値
3	家計消費指数【二人以上世帯】(名目, 2015年=100)	総務省	当月値の一期先予測
4	家計消費指数【二人以上世帯】(実質, 2015年=100)	総務省	当月値の一期先予測
5	消費水準指数【二人以上世帯】(実質, 2015年=100)	総務省	当月値
6	消費者物価指数【総合】(2015年基準)	総務省	当月値
7	第3次産業活動指数【第3次産業総合】	経済産業省	当月値の一期先予測
8	商業動態統計調査【小売業計】	経済産業省	速報値の一期先予測
9	鉱工業生産指数【鉱工業全計】	経済産業省	速報値の一期先予測
10	鉱工業生産指数【消費財全計】	経済産業省	速報値の一期先予測

5.2. モデル(説明変数)選択

時系列回帰モデルの構築に当たり、説明変数系列を選択する必要がある。ここで、変数の全ての組合せによるモデルの試算・比較を行った場合、計算量が膨大になることから、本稿では以下の簡便な方法により説明変数系列の選択を行っている。

【モデル(説明変数)選択の方法】

- ・単変量の回帰モデルを構築し、その対数尤度を基に、各変数を順位付けする(結果については、以下の表2を参照)。
- ・この順位を基本としつつ、当てはまりの良い説明変数を中心に、4つを選択する。
- ・その際に、統計調査と類似の指数(家計調査と家計消費指数など)については、同一のモデルに含めないものとする。

表2 対数尤度に基づく説明変数の順位

#	調査名	対数尤度	順位	sig2.T:	sig2.R:
1	家計調査【二人以上世帯】1世帯あたり消費支出	-480.7	3	0.99977	25.48704
2	家計調査【単身世帯】1世帯あたり消費支出	-507.0	7	0.99980	0.00149
3	家計消費指数【二人以上世帯】(名目, 2015年=100)	-474.3	2	0.00003	0.00373
4	家計消費指数【二人以上世帯】(実質, 2015年=100)	-468.2	1	0.00002	0.00006
5	消費水準指数【二人以上世帯】(実質, 2015年=100)	-481.9	4	0.00000	0.00001
6	消費者物価指数【総合】2015年基準	-517.2	8	0.00157	0.11597
7	第3次産業活動指数【第3次産業総合】	-506.2	6	0.00016	0.03361
8	商業動態統計調査【小売業計】	-493.9	5	0.01646	47.28329
9	鉱工業生産指数【鉱工業全計】	-521.2	10	0.24450	89.34688
10	鉱工業生産指数【消費財全計】	-520.3	9	0.30235	35.64575

対数尤度の順位をみると、1位は「家計消費指数【二人以上世帯】(実質)」となっており、「家計調査【二人以上世帯】」よりも順位が高くなっている。家計消費指数は、今後、消費動向指数(ミクロ消費動向)に吸収・包含する予定であるが、マクロ消費動向の算出(推定)時点で説明変数として利用することは業務スケジュール上厳しく、推定には1期先予測値を使用せざるを得ない可能性があり、この場合、GDP統計の実績値と比較し

た際の誤差は大きくなる可能性がある。以上の結果を踏まえ、本稿の分析では最終的に、統計調査（家計調査）を主体としたモデルⅠ及び指数を主体としたモデルⅡという以下の2つのモデルを選択し、比較を行うこととした。

【モデルⅠ】

- (1) 家計調査【二人以上世帯】 1世帯あたり消費支出
- (2) 家計調査【単身世帯】 1世帯あたり消費支出
- (3) 第3次産業活動指数【第3次産業総合】 <1期先予測値>
- (4) 商業動態統計調査【小売業計】 <1期先予測値>

【モデルⅡ】

- (1) 家計消費指数【二人以上世帯】（実質，2015年＝100） <1期先予測値>
- (2) 第3次産業活動指数【第3次産業総合】 <1期先予測値>
- (3) 商業動態統計調査【小売業計】 <1期先予測値>
- (4) 鉱工業生産指数【消費財計】 <1期先予測値>

5.3. データの利用可能な時期を考慮したリアルタイムな推定

選択されたモデルについて、データ（観測値及び説明変数系列）の利用可能な時期を考慮し、推定時点において利用可能な情報のみを用いた推定を行う（リアルタイム推定）。具体的には、以下の設定に基づき、毎月、説明変数系列の推定をやり直し、マクロ消費動向の予測値を求める。

5.3.1. 観測値（GDP統計）

観測値であるGDP統計は、以下に示すタイミングで改定が行われる。（内閣府（2017a）及び内閣府ウェブサイト「過去の年次推計について」から引用）。

【GDP統計の基準改定の概要】

- ・ 1次速報（1次QE）：
支出系列及び雇用者報酬について、約1か月と2週間程度遅れで公表される。
- ・ 2次速報（2次QE）：
1次速報発表の1か月後に、支出系列及び雇用者報酬について、新たに利用可能となった基礎資料による改定を行う。
- ・ 第1次年次推計（旧称：確報）
毎年12月頃公表する。より確度の高い基礎資料に基づき、前年度及びその四半期のQEを改定するとともに、より詳細な計数を公表する。
- ・ 第2次年次推計（旧称：確々報）
第1次年推計公表の1年後に、新たなデータの入手により計数を改定する。
- ・ 第3次年次推計
第2次年推計公表の1年後に、供給・使用表（SUT）の枠組みを活用し、コモディティ・フロー法等から推計される財貨・サービス別の「中間消費」と付加価値法等から推計される財貨・サービス別の「中間投入」について、財貨・サービスごとの特性を踏まえて突合・調整を図る。
- ・ 基準改定

基礎統計のうち「産業連関表」「国勢統計」等の基幹的統計の公表に合わせて約5年に1度、大幅な改定（基準改定）を行う。

特に基準改定に関しては、過去の値も含めて改定されることになるので、観測値全体にレベルシフトが生ずる可能性が高く、予測値であるマクロ消費動向の推定値に与える影響は大きいと考えられる。以下の図3は、2008年以降で基準改定（平成12年基準→平成17年基準、平成17年基準→平成23年基準）が行われた際の状況を示したものである。ここでは基準改定が行われる直前の時点と、最新時点におけるGDP最終消費支出の公表値を重ねて図示している。これをみると、基準改定の際に、観測値全体が下方にレベルシフトしていることがわかる。

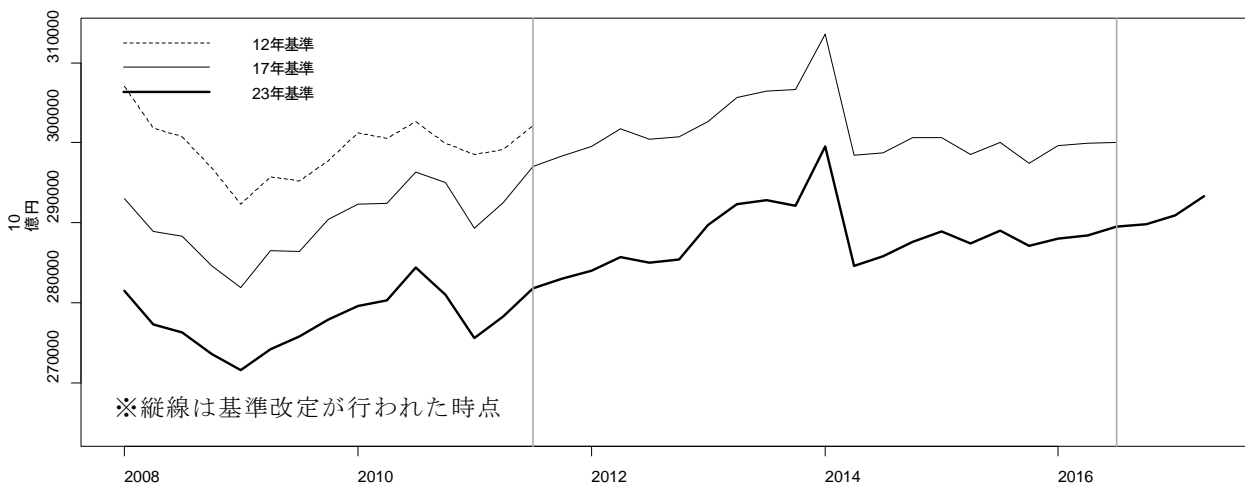


図3 GDP最終消費支出の公表値（基準改定の前後）

そこで、基準改定が行われた場合には、上記の基準改定が反映された最新の四半期観測値系列（遡及改定の結果も含む）を使用してマクロ消費動向の月次推定をやり直すこととする。これにより、過去を含めた観測値全体に変動があった場合でも、最新の結果を迅速に取り込んだ最適な予測が可能になると考えられる。

5.3.2. 説明変数系列

説明変数系列については、以下に示す方法で毎月更新を行い、最新の結果を月次推定に用いることとしている。これにより、制度変更や予期しないショックが原因で生じる急激な変動があった場合でも、迅速な対応が可能になると考えられる。なお、ダミー変数については、実際の推定では、急激な変動が生じた後に、その影響の持続期間等を考慮して設定することになると考えられるため、本稿では以下に示すとおり、当該事象が生じた年の年末に導入するという条件の下に推定を行っている。

【説明変数系列の更新方法】

- ・推定を行う時点ごとに、説明変数系列の平滑化をやり直し、最新時点までの情報に基づく平滑化の値を説明変数系列として使用する。
- ・推定時点において欠測する説明変数系列については、前月までの値に基づく1期先予測（及び前月までの平滑化）値を使用する。
- ・ダミー変数については、当該事象が生じた年の12月に導入する（消費税率引上げに関するダミー変数（2014年3月・4月）であれば、2014年12月以降から導入。）。

6. 選択されたモデルに基づく試算結果と考察

6.1. 尤度によるモデルの比較

モデルⅠ及びモデルⅡについて、全期間のデータに基づいて推定した対数尤度により、モデルのデータへの当てはまりに関する比較を行う。各モデルにおけるパラメータ及び対数尤度の推定結果をまとめたものが以下の表3及び表4である。結果をみると、モデルⅠはモデルⅡと比較して、尤度の値が30以上高くなっており、モデルⅠの方が全期間における当てはまりが良いという結果になっている。また、モデルⅡでは、第3次産業活動指数について、時変係数のシステムノイズの分散比が非常に大きくなっており、データに合わせるために係数が大きく変動している。

表3 モデルⅠの推定結果（パラメータ及び対数尤度）

変数	sig2:
トレンド	0.9999936
家計調査【二人以上世帯】1世帯あたり消費支出	0.2539664
家計調査【単身世帯】1世帯あたり消費支出	0.0037503
第3次産業活動指数【第3次産業総合】【実質】	0.9999927
商業動態統計調査【小売業計】	0.9222307

対数尤度 -403.27119

表4 モデルⅡの推定結果（パラメータ及び対数尤度）

変数	sig2:
トレンド	0.9996848
家計調査【二人以上世帯】1世帯あたり消費支出	1.00074
家計調査【単身世帯】1世帯あたり消費支出	0.9995823
第3次産業活動指数【第3次産業総合】【実質】	2455.531
商業動態統計調査【小売業計】	1.00386

対数尤度 -437.00655

6.2. 月次推定結果のグラフによる比較

モデルⅠ及びモデルⅡによる月次推定値のグラフ（2008年以降）が、以下の図4である。モデルの優劣を比較するためには、より詳細な評価が必要である。

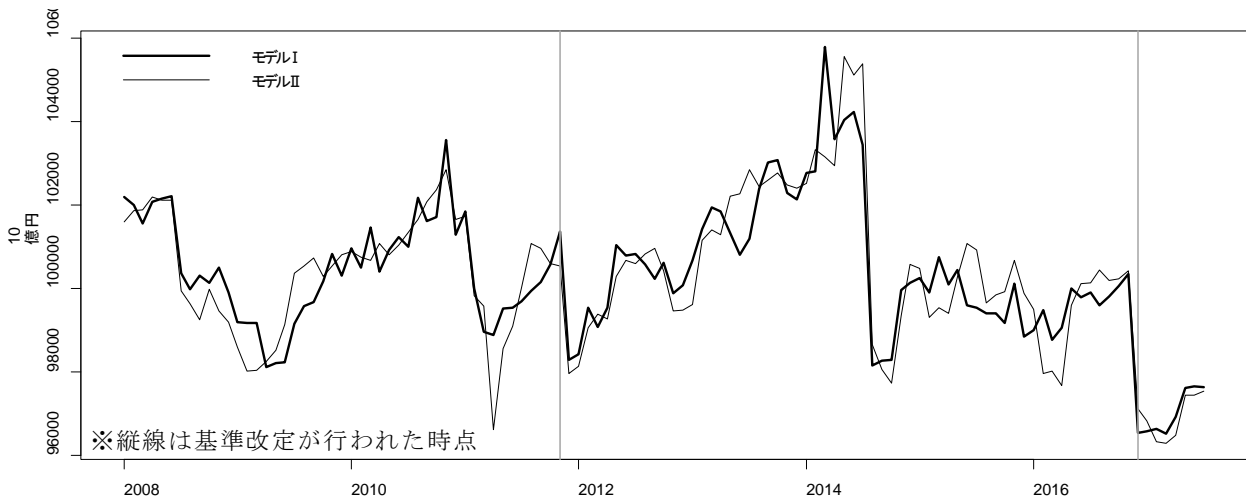


図4 モデルI及びモデルIIによる月次推定値

6.3. 月次推定値の3か月後方和とGDP四半期結果との比較

本稿の時系列回帰モデルでは、後方3か月の和が四半期のGDP統計と整合的であるという制約を入れている。そこでこの制約がどの程度効果を発揮し、モデルの予測精度に影響しているかをみることにする。以下の図5は、モデルI及びモデルIIに基づく月次推定値の後方3か月和とGDP統計の四半期結果との関係（2008年以降）を示したものである。ここで基準改定が行われる直前までのGDP四半期結果を、各時点でどの程度予測できたかを事後的に確認するために、GDP統計の四半期結果については、基準改定の直前に公表されたものを併せて図示している。モデルI及びモデルIIによる月次推定値（後方3か月和）については、GDP統計の四半期結果が観測されていない状況での予測値となっている。また、GDP統計については、四半期結果が観測された後に、事後的にプロットしたものである。

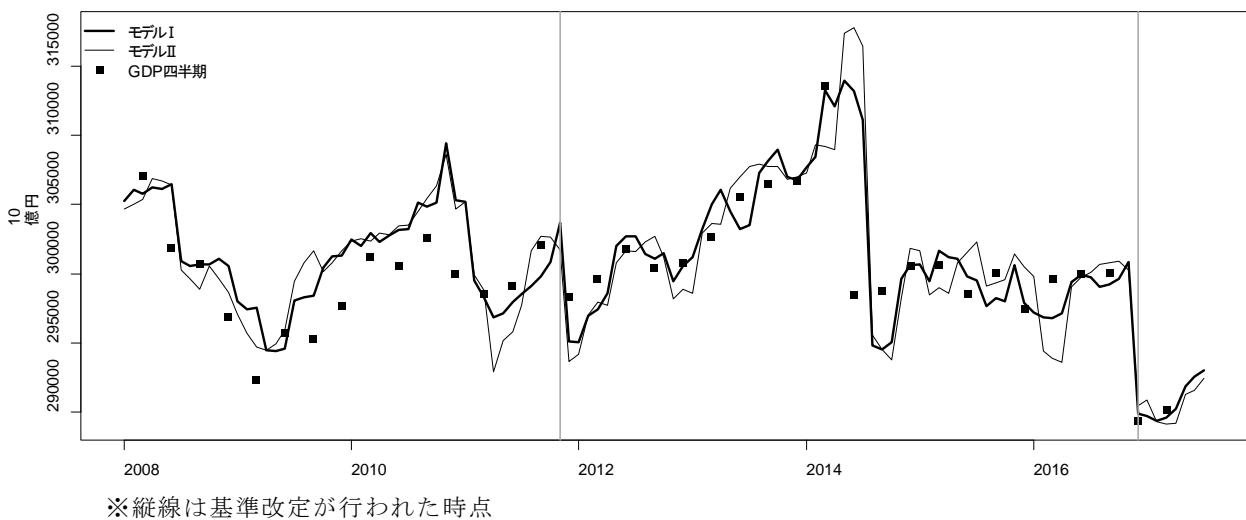


図5 推定された月次系列の後方3か月の和とGDP四半期系列

結果をみると、どちらのモデルの月次推定値（後方3か月和）についても、事後的に得られた観測値にある程度近い動きをしている。特に直近の結果では、モデルIの方がGDP四半期結果に近い位置にあるように見える。そこで、より詳細に予測誤差を比較するために、GDP四半期結果の観測値が存在する時点に関して、マクロ消費動向の月次推定値

(y_n) の後方3か月和と、GDP 四半期結果 (Y_n^{GDP}) のRMSE (Root Mean Squared Error) を比較する。RMSEの定義は以下の式のとおり。

$$RMSE := \sqrt{\sum_{t \in I(n)} \{Y_t^{GDP} - (y_t + y_{t-1} + y_{t-2})\}^2 / N}$$

$(I(n))$: 時点 n までに観測値が観測された時点の集合)

RMSEを計算すると、モデルⅠでは18190.24、モデルⅡでは18341.14となり、モデルⅠの方がRMSEの値が小さく、予測誤差が小さい結果となった。予測誤差の観点では、モデルⅠの方が優れているといえる。

6.4. 他の指数との比較

我が国の消費動向を把握するための指標として、内閣府が作成・公表する「消費総合指数」(清水ほか(2001))、及び日本銀行が作成・公表する「消費活動指数」(中村ほか(2016)、中村ほか(2016))がある。なお、消費総合指数に関しては、平成29年9月に、以下の変更が行われている(内閣府(2017b))。変更の詳細については吉田ほか(2017)も参照。

- ・ 2017(平成29)年4-6月期四半期別GDP速報(2次速報値)の結果を反映。
- ・ 推計値の概念を従来の国内概念から国民概念に変更。
- ・ 四半期の水準は家計最終消費支出の水準に合うよう補正。

これは、最新時点までの結果が得られているという条件の下で、全期間の結果を推定し直すという、平滑化に相当する作業であるため、モデルⅠ及びモデルⅡにより推定したマクロ消費動向の平滑化の結果(月次推定値)との比較を行うこととする。各指標について、2010年を100とした指数により比較したものが、以下の図6及び図7である。この結果をみると、マクロ消費動向の推定値(平滑化)は他の2つの指標とおおむね似た動きをしている。特にモデルⅠによる月次推定結果は、消費総合指数の結果を平滑化したような動きをしている。一方、モデルⅡによる月次推定結果は東日本大震災の前後の時期や消費税率引上げ以降の期間において、他の指標との間に大幅なずれが生じている。総じて、モデルⅠの方が、他の指数に近い結果となっている。

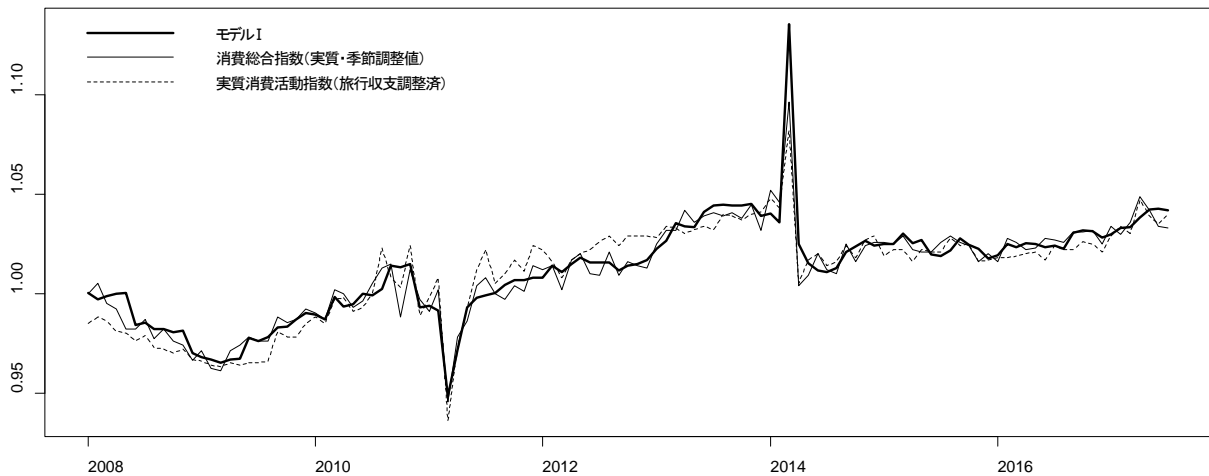


図6 モデルⅠ：他の指数との比較（2010年＝100）

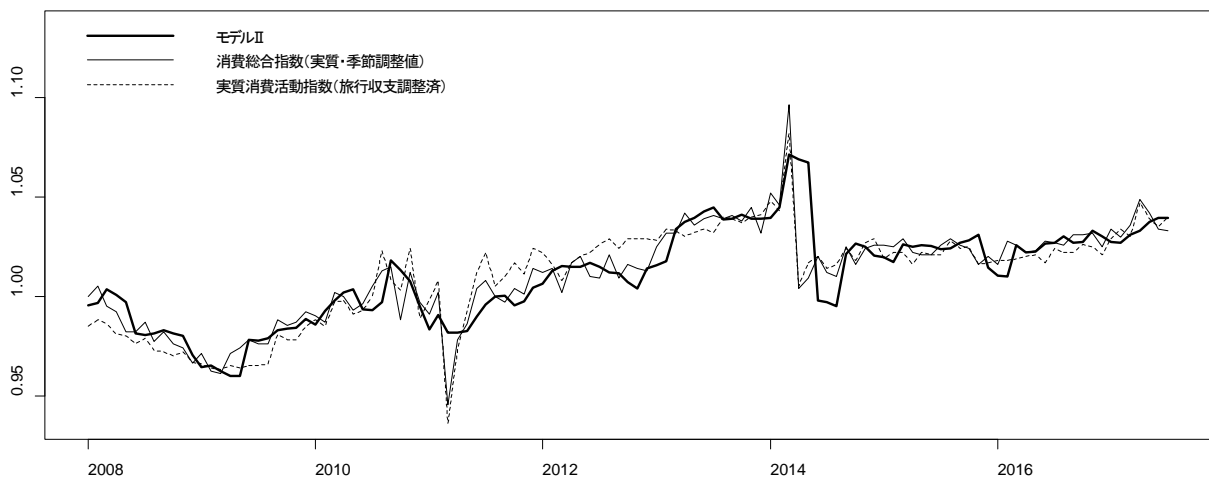


図7 モデルⅡ：他の指数との比較（2010年＝100）

6.5. 考察

これまでの結果を総合すると、モデルⅠがモデルⅡに比べて当てはまりが良く、他の指数とも比較的近い動きをしており、モデルⅠの方がモデルⅡよりも優れていることがわかる。モデルⅠのような比較的シンプルな時系列回帰モデルでも、消費総合指数等の他の指標と近い予測値が得られている。本稿で用いた時系列回帰モデルの大きな利点は、利用可能な説明変数がそろった段階ですぐに推定を行うことが可能なことである。これにより、従来の様々な指標よりも、より速報性の高い結果を提供できる可能性がある。

7. 今後の課題

7.1. 公表系列の拡充の可能性

本稿の分析では、家計最終消費支出総額の系列に限定して推定を行った。将来的には、財・サービス別の系列、帰属家賃を除いた系列などの様々な系列についても検討する必要がある。この場合、ターゲットとなる系列が異なってくるので、モデルに組み込まれる説明変数系列の内容も異なる可能性があり、系列ごとに最適な説明変数系列の選択を行う必要がある。

7.2. ビッグデータの活用方法検討

速報性に優れたビッグデータをマクロ消費動向の推定における説明変数系列として活用することにより、一層速報性の高い指標を作成することができると考えられる。マクロ消費動向の更なる開発に向けて、産学官で連携してビッグデータの活用などの研究等を行うために、「消費動向指数研究協議会」が平成29年7月28日に発足した（総務省（2017b））。同協議会の枠組みも活用しつつ、中長期的視点から、例えば総務省（2017a）の報告書にも掲げられているPOS（販売時点情報）データ、クレジットカード、ポイントサービス、電子マネーなどのビッグデータを新たなデータソースとする統計作成に取り組んでいく必要がある。

7.3. 初期状態のより精緻な推定

時系列回帰モデルの推定を行う際に必要な初期状態の推定に関して、本稿では分散共分散行列の対角成分を大きくした上でカルマンフィルタを実行し、推定値が安定した時点における状態を初期状態とする簡易な方法を採用した。この点については、改良の余地が残されている。例えば初期状態の分散を大きくして、平滑化のアルゴリズムにより初期状態ベクトル \hat{x}_0 を推定し、それを改めて初期状態として予測・フィルタ等の計算を行う方法などが考えられる。このように、全ての観測値を活用してより詳細に初期状態を推定する方法について、今後検討していく必要がある。

7.4. モデルの選択に関する更なる検討

本稿では計算量の観点から、単変量の回帰モデルによる推定に基づく簡易な方法により、モデル（説明変数）の選択を行っている。これについては、計算時間はかかるものの、全ての変数の組合せについて、尤度（AIC）によるモデルの比較を行い、最も良いモデルを選択するということが考えられる。またステップ1におけるサイクル（ C_n ）の部分に関して、今回は2次の定常な自己回帰（AR）モデルを想定しているが、次数を可変にしてAICで最適な次数を決めることも可能である。ビッグデータの活用や、さらに当てはまりの良い統計の活用も視野に入れつつ、より適切なモデル（説明変数）の選択に関しては、今後も継続して検討を行う必要がある。

8. おわりに

本稿では消費動向指数の中でも特にマクロ消費動向の推定方法に焦点を当て、その推定に用いられているモデル、推定手法等についての解説を行った。それらの推定手法に基づいて現在開発途中のモデルにより、一部の系列を使用して推定を行った結果、マクロ消費動向の推定値は、月次の変動を捉えつつ、GDP家計最終消費支出の四半期結果と整合的で、かつ、その変動をある程度予測可能なことが示された。今後も引き続き、推定に用いるモデル等に関して、研究開発を進めていく予定である。

謝辞

本研究の遂行に当たり、国友直人特任教授（明治大学）、佐藤整尚准教授（東京大学）から多くの貴重なコメントをいただいた。また、消費統計研究会の場で本稿に関連する発表を行った際に、構成員等から多くの有益なコメントをいただいた。ここに記して感謝の意を表したい。さらに、本稿について丁寧な査読をしていただき、多くの改善点の指摘及び有益なコメントをしていただいた匿名の2名の査読者にも感謝を申し上げたい。

参考文献

- [1] 岩波データサイエンス刊行委員会 (2017) 『岩波データサイエンス vol.6 : 特集時系列解析』 岩波書店
- [2] 片山徹 (2000) 『新版 応用カルマンフィルタ』 朝倉書店
- [3] 金森敬文、鈴木大慈、竹内一郎他 (2016) 『機械学習のための連続最適化』 講談社
- [4] 北川源四郎 (1986) 「時系列の分解：プログラムDECOMPの紹介」 統計数理、34(2)、255-271
- [5] 北川源四郎 (1997) 「季節調整プログラムDECOMPとその後の展開」、統計数理、45(2)、217-232
- [6] 国友直人、山本拓 訳(1985) 『時系列モデル入門』(A.C.ハーベイ著) 東京大学出版会
- [7] 今野浩、山下浩 (1978) 『非線形計画法』 日本科学技術連盟.
- [8] 佐藤整尚 (2016) 「時系列分析の観点からみた消費動向の推計の可能性」 速報性のある包括的な消費関連指標の在り方に関する研究会、第5回、資料1
- [9] 佐藤忠彦、樋口知之 (2013) 『ビッグデータ時代のマーケティング：ベイジアンモデリングの活用』 講談社
- [10] 清水雅之、永野知子、塩川智宏 (2001) 「消費総合指数の作成について」 経済月報、599、51-80
- [11] 総務省 (2017a) 「速報性のある包括的な消費関連指標の在り方に関する研究会報告書の公表」 総務省報道発表資料 (平成29年3月22日)
- [12] 総務省 (2017b) 「消費動向指数研究協議会の設立」 総務省報道発表資料 (平成29年7月28日)
- [13] 高岡慎 (2015) 『経済時系列と季節調整法』 朝倉書店
- [14] 高部勲 (2016) 「状態空間モデルに基づく季節調整法における改良方法の提案：一般化 neg-log 変換の活用に基づくゼロ・負の値を含む時系列データの安定化と季節調整値の推定精度向上」 統計研究彙報、第74号、pp. 29-56
- [15] 田中勝人 (1998) 『計量経済学』 岩波書店
- [16] 内閣府(2017a) 『国民経済計算推計手法解説書 (年次推計編) 平成23年基準版』 (平成29年4月27日改訂)
- [17] 内閣府(2017b) 「消費総合指数の推計方法の変更について」 消費総合指数 (平成29年10月13日更新) (月例経済報告関係資料)
- [18] 中村康治、河田皓史、田中雅樹、植前理紗 (2016) 「消費活動指数について」 日本銀行調査論文
- [19] 中村康治、三浦弘、丸山聡崇 (2016) 「消費活動指数の公表内容の拡充と見直しについて」 日本銀行調査論文
- [20] 樋口知之 (2011) 『予測にいかず統計モデリングの基本：ベイズ統計入門から応用まで』 講談社
- [21] 福島雅夫 (2011) 『新版 数理計画入門』 朝倉書店
- [22] 吉田充、藤田隼平、上野由加里 (2017) 「消費総合指数の改定に係る検討」 経済財政分析ディスカッション・ペーパー、DP17-6
- [23] Genshiro Kitagawa and Will Gersch(1994), "A Smoothness Priors State Space Approach to the Modeling of Time Series With Trend and Seasonality", The Journal of the American Statistical Association, 79, 378-389.
- [24] Genshiro Kitagawa and Will Gersch(1996), "Smoothness Priors Analysis of Time Series", Springer.

